

יסודות מדידה ומיפוי

שגיאה ריבועית בינונית



כל הזכויות שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין

סוגי שגיאות בהליך מדידה

- **שגיאות מקריות** - נכללות בכל תוצאת מדידה, לא ניתן למנוע אותן. יש להן פילוג סטטיסטי נורמאלי, ומעודף תצפיות ניתן להעריך את מידתן היטב.
- **שגיאות שיטתיות** - לא (או לא תמיד) ניתנות לגילוי פשוט, אין להן פילוג סטטיסטי אופייני, לכן הן "מסוכנות" מבחינת התקינות של תוצרי המדידות והמיפוי. בהקפדה על כללי מדידה ועל מפרטים טכניים נכונים ניתן לצמצם אותן באופן משמעותי.
- **שגיאות גסות** - גדולות באופן משמעותי מכל שגיאה שצפויה בשיטת מדידה מסוימת. ניתן לגלותן ממדידות חוזרות או בעזרת עיבוד תוצאת המדידה השגויה עם עודף תצפיות (למשל: עם מדידות חוזרות לביקורת)

כל הזכויות שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין

שגיאה ריבועית בינונית

(Mean Square Error)



שר"ב (שגיאה ריבועית בינונית) – מדד לדיוק ערך הקואורדינטה X או Y או H שנקבעו בתהליכי מדידה, השר"ב מחושב באמצעות תיאום תצפיות לפי סכום ריבועי סטיות מזערי.

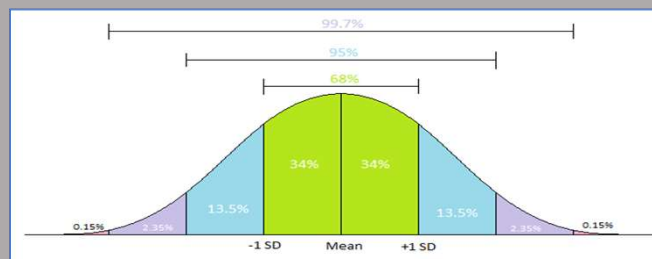
נסמן אותה ב - σ_x

כל הוספת שמורות - נר בדנשטיין - שמאות מקרקעין

בסטטיסטיקה - סטיית תקן



- ❖ מדד לממוצע ריבועי ה"טעויות",
- ❖ ההבדל בין מדידה ספציפית לבין מה שנאמד.



כל הוספת שמורות - נר בדנשטיין - שמאות מקרקעין

שימוש בשר"ב



כאשר אנו מודדים גודל מסוים מספר פעמים לדוגמא מרחק או זווית, ניתן, על ידי השוואה של המדידות לממוצע לחשב את הדיוק/השגיאה של תצפית בודדת וכן את הדיוק/השגיאה של ממוצע המדידות. הממוצע הינו הערך המסתבר ביותר של המרחק המדוד.

כל הוספת שמורות - נר בדנשטיין - שמאות מקרקעין

שני מקרים בשר"ב



אנו מבחינים בין שני מקרים בשר"ב:

1. מדידה של גודל ידוע, כגון: מדידה של זוויות פנימיות במשולש, סכומן חייב להיות 180 מעלות, או מדידת אורך של קו בסיס המשמש לכיול מכשירי מדידה. במקרה שכזה בחישוב השר"ב נתבסס על ההפרשים שבין כל מדידה לבין הגודל הידוע.
2. מדידה של גודל לא ידוע. במקרה שכזה בחישוב השר"ב נתבסס על ההפרשים שבין כל מדידה לבין הממוצע

כל הוספת שמורות - נר בדנשטיין - שמאות מקרקעין

שני מקרים בשר"ב

בודנשטיין ושות'
שמאי מקרקעין



גודל לא ידוע

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

גודל ידוע

$$\hat{x}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \hat{x})^2}{n}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{mx^2}{n}}$$

הערך המסתבר ביותר
ממוצע התצפיות

שר"ב של מדידת מרחק בודדת

שר"ב של הערך המסתבר ביותר
(שר"ב של ממוצע התצפיות)

n - מספר התצפיות
i - מספרה הסידורי של תצפית בודדת

כל הזכויות שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין

קיץ 2010 שאלה 2 ד

בודנשטיין ושות'
שמאי מקרקעין



בכדי לקבוע דיוק מדידת כיוונים בתיאודוליט מסויים, נמדד כיוון מתחנה עליה הוצב המכשיר לנקודה ברורה ורחוקה 10 פעמים כדלקמן: 28 מעלות, 21 דקות ו- 12, 17, 14, 12, 18, 16, 11, 15, 18 שניות

מהו הערך המסתבר ביותר של כיוון זה ומהי השגיאה הריבועית הבינונית של הערך המסתבר ביותר?

כל הזכויות שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין



פתרון

הערך המסתבר ביותר הוא למעשה ממוצע חשבוני כלומר, סכום התצפיות חלקי 10.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 28^{\circ}21'14.9''$$

כל הזכויות שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין



פתרון

x_i	$ \bar{x} - x_i $	$(\bar{x} - x_i)^2$
28°21'12"	12-14.9=2.9	2.9^2=8.41
28°21'17"	17-14.9=2.1	2.1^2=4.41
14"	14-14.9=0.9	0.81
12"	2.9	8.41
18"	3.1	9.61
16"	1.1	1.21
11"	3.9	15.21
16"	1.1	1.21
15"	0.1	0.01
18"	3.1	9.61
28°21'14.9"		Σ=58.9

כל הזכויות שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין

פתרון

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{58.9}{(10-1)}} = 2.56''$$

השר"ב של תצפית בודדת:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum (58.9)^2}{10(10-1)}} = 0.809''$$

השר"ב של הממוצע:

כל הוספת שמורות - נר בודנשטיין - שמאות מקרקעין

קיץ 2011 שאלה 3 א

בכדי לבחון את דיוקו של מד-מרחק אלקטרומגנטי נמדדו קו מסוים 10 פעמים.
להלן תוצאות המדידה במטרים:

123.44 123.44 123.49 123.45 123.42 123.47 123.45 123.44 123.48 123.45

1. חשב את הערך המסתבר ביותר של הקו המדוד.
2. חשב את השר"ב של הערך המסתבר ביותר.
3. חשב את השר"ב של מדידת מרחק בודדת.

כל הוספת שמורות - נר בודנשטיין - שמאות מקרקעין



פתרון

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 123.453$$

x_i [m]	Δx [cm]	Δx^2
123.45	45-45.3=0.3	$0.3^2=0.09$
123.48	48-45.3=2.7	$2.7^2=7.29$
123.44	44-45.3=1.3	1.69
123.45	0.3	0.09
123.47	1.7	2.89
123.42	3.3	10.89
123.45	0.3	0.09
123.49	3.7	13.69
123.44	1.3	1.69
123.44	1.3	1.69
123.453	45-45.3=0.3	$\Sigma=40.1$

כל הוספת שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין



פתרון

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{40.1}{(10-1)}} = 2.1_{cm} = 0.021_m \quad \text{השר"ב של תצפית בודדת:}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum (40.1)^2}{10(10-1)}} = 0.667_{cm} = 0.007_m \quad \text{השר"ב של הממוצע:}$$

כל הוספת שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין

חורף 2015 שאלה 2.4

בודנשטיין ושות'
שמאי מקרקעין



בכדי לבחון את דיוקו של מד-מרחק אלקטרומגנטי נמדדו קו מסוים 9 פעמים. להלן תוצאות המדידה (במטרים):

185.8 185.81 185.73 185.69 185.76 185.82 185.71 185.78 185.78

חשב את הערך המסתבר ביותר של אורך קו זה ואת השגיאה הריבועית הבינונית של הערך המסתבר ביותר

כל הוספת שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין

פתרון

בודנשטיין ושות'
שמאי מקרקעין



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 185.764$$

x_i	Δx (m)	Δx (cm)	Δx^2 (cm)
185.780	0.016	1.556	2.420
185.780	0.016	1.556	2.420
185.710	-0.054	-5.444	29.642
185.820	0.056	5.556	30.864
185.760	-0.004	-0.444	0.198
185.690	-0.074	-7.444	55.420
185.730	-0.034	-3.444	11.864
185.810	0.046	4.556	20.753
185.800	0.036	3.556	12.642
185.764			166.222

כל הוספת שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין



פתרון

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{166.222}{(9-1)}} = 4.6_{cm} = 0.046_m \quad \text{השר"ב של תצפית בודדת:}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum (166.222)^2}{9(9-1)}} = 1.5_{cm} = 0.015_m \quad \text{השר"ב של הממוצע:}$$

כל הוספות שמורות - נר בודנשטיין - שמאות מקרקעין



קיצ 2015 שאלה 3.1

בכדי לבחון את דיוקו של מד-מרחק אלקטרומגנטי נמדדו קו מסוים 10 פעמים.
להלן תוצאות המדידה (במטרים):

246.44	246.44	246.49	246.45	246.42	246.47	246.45	246.44	246.48	246.45
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

1. חשב את הערך המסתבר ביותר של הקו המדוד.
2. חשב את השר"ב של הערך המסתבר ביותר.
3. חשב את השר"ב של מדידת מרחק בודדת.

כל הוספות שמורות - נר בודנשטיין - שמאות מקרקעין



פתרון

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 246.453$$

x_i	Δx (m)	Δx (cm)	Δx^2 (cm)
246.45	-0.003	-0.3	0.09
246.48	0.027	2.7	7.29
246.44	-0.013	-1.3	1.69
246.45	-0.003	-0.3	0.09
246.47	0.017	1.7	2.89
246.42	-0.033	-3.3	10.89
246.45	-0.003	-0.3	0.09
246.49	0.037	3.7	13.69
246.44	-0.013	-1.3	1.69
246.44	-0.013	-1.3	1.69
246.45			40.1

כל הוספת שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין



פתרון

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{40.1}{(10-1)}} = 2.1_{cm} = 0.021_m \quad \text{השר"ב של תצפית בודדת:}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum (40.1)^2}{10(10-1)}} = 0.667_{cm} = 0.007_m \quad \text{השר"ב של הממוצע:}$$

כל הוספת שמורות - ניר בודנשטיין - שמאות מקרקעין